

mbo

Polytechniek 2

TECHNIEKSTAD

Inhoudsopgave

1	Graden	7
1.1	Wat zijn graden?	7
1.2	Driehoeken	9
1.3	Delen van cirkels	11
1.4	Samenvatting	13
1.5	Antwoorden	14
2	Pythagoras	17
2.1	Wie was Pythagoras?	17
2.2	De stelling van Pythagoras	17
2.3	3:4:5 driehoek	21
2.4	Samenvatting	22
2.5	Antwoorden	23
3	Meten met bijzondere driehoeken	25
3.1	Bijzondere driehoeken	25
3.2	Driehoeken zoeken	28
3.3	Minuten en seconden	32
3.4	Samenvatting	35
3.5	Antwoorden	36
4	Elektriciteitsleer	37
4.1	Opwekken van elektriciteit	37
4.2	Belangrijke begrippen in de elektriciteitsleer	38
4.3	De wet van Ohm	41
4.4	Weerstand in een elektriciteitsdraad	42
4.5	Elektrisch vermogen (Watt)	43
4.6	Veiligheid	45
4.7	Serieschakelingen	46
4.8	Parallelschakelingen	47
4.9	Samenvatting	49
4.10	Antwoorden	50
5	Massa en dichtheid	51
5.1	Volume	52
5.2	Dichtheid	53
5.3	Massa	53
5.4	Samenvatting	56
5.5	Antwoorden	56
6	Aggregatietoestanden en eigenschappen	57
6.1	Drie aggregatietoestanden	58
6.2	Ontstaan van aggregatietoestanden	60
6.3	Eigenschappen	63
6.4	Begrippen faseovergangen	64
6.5	Gevolgen	66
6.6	Smelten van ijskappen	68

6.7	Samenvatting	70
6.8	Antwoorden	71
7	Temperatuur en lengteverandering	73
7.1	Vrije uitzetting en krimp	74
7.2	Lineaire uitzettingscoëfficiënt	76
7.3	Uitzetting of krimp berekenen	77
7.4	Uitzetten en krimp in de praktijk	79
7.5	Samenvatting	81
7.6	Antwoorden	81
8	Snelheid	83
8.1	Snelheid, tijd en afgelegde weg	84
8.2	Eénparige (rechtlijnige) bewegingen	85
8.3	Eénparig versnelde beweging	86
8.4	Eénparig vertraagde beweging	88
8.5	Eénparig of versneld of vertraagd	89
8.6	Samenvatting	91
8.7	Antwoorden	91
9	Sinus, Cosinus en Tangens	93
9.1	Driehoeken	94
9.2	Sinus, cosinus en tangens	96
9.3	Tekendriehoek	102
9.4	Samenvatting	106
9.5	Antwoorden	107
10	Construeren met de geodriehoek	109
10.1	Stompe hoek en scherpe hoek	110
10.2	Construeren van een middelloodlijn	113
10.3	Het construeren van een middelpunt uit een cirkel of cirkelboog	113
10.4	Construeren van hoeken	114
10.5	Samenvatting	116
10.6	Antwoorden	117
11	Krachten	119
11.1	Geschiedenis	120
11.2	Krachten	124
11.3	Krachten tekenen	128
11.4	Samenvatting	130
11.5	Antwoorden	131
12	Samenstellen en ontbinden van twee krachten	133
12.1	Het samenstellen van krachten	134
12.2	Het ontbinden van krachten	137
12.3	Samenvatting	142
12.4	Antwoorden	142
13	Belasting op trek	143
13.1	Treksterkte	144

13.2	Samenvatting	148
13.3	Antwoorden	149
14	Belasting op druk	151
14.1	Druksterkte	152
14.2	Vlaktedruk	154
14.3	Samenvatting	157
14.4	Antwoorden	157
15	Belasting op afschuiving	159
15.1	Principe van afschuiving	160
15.2	Afschuifspanning	161
15.3	Samenvatting	164
15.4	Antwoorden	165
16	Momenten en koppels	167
16.1	Momenten	168
16.2	Momentenstelling	169
16.3	Koppel	171
16.4	Hefbomen	172
17	Overbrengingen	177
17.1	Soorten overbrengingen	178
17.2	Toerental	179
17.3	Overbrengingen berekenen	181
17.4	Samenvatting	188
17.5	Antwoorden	188
18	Wrijving	189
18.1	Wrijvingskracht	190
18.2	Wrijvingscoëfficiënt	191
18.3	Soorten wrijving	193
18.4	Samenvatting	198
18.5	Antwoorden	199
19	Gaswetten	201
19.1	Moleculen	202
19.2	De eerste gaswet van Gay Lussac	203
19.3	De tweede gaswet van Gay-Lussac	205
19.4	De wet van Boyle	208
19.5	De algemene gaswet, de wet van Boyle-Gay Lussac	211
19.6	Samenvatting	214
19.7	Antwoorden	215
20	Hydrostatica	219
20.1	Druk	220
20.2	Wet van Pascal	220
20.3	Luchtdruk	225
20.4	Gasdruk	227
20.5	Communicerende vaten	229

20.6	Samenvatting	231
20.7	Antwoorden	232
21	Vragen Polytechniek 2	233
21.1	Vragen Graden	233
21.2	Vragen Pythagoras	235
21.3	Vragen Meten met bijzondere driehoeken	237
21.4	Vragen Elektriciteitsleer	239
21.5	Vragen Massa en dichtheid	242
21.6	Vragen Aggregatietoestanden en eigenschappen	245
21.7	Vragen Temperatuur en lengteverandering	247
21.8	Vragen Snelheid	250
21.9	Vragen Sinus, Cosinus en Tangens	252
21.10	Vragen Construeren met de geodriehoek	255
21.11	Vragen krachten	256
21.12	Vragen Samenstellen en ontbinden van twee krachten	258
21.13	Vragen Belasting op trek	262
21.14	Vragen Belasting op druk	265
21.15	Vragen Belasting op afschuiving	267
21.16	Vragen Momenten en koppels	270
21.17	Vragen Overbrengingen	276
21.18	Vragen wrijving	283
21.19	Vragen Gaswetten	286
21.20	Vragen Hydrostatica	291

1 Grad en

Inleiding

Hoeken kunnen verschillende maten hebben. Om de grootte van een hoek aan te geven, gebruik je graden. Veel hoeken om ons heen zijn 90° . Zo zijn de hoeken van je beeldscherm bijvoorbeeld allemaal 90° .



Leerdoelen

Je kunt:

- een hoek meten in graden
- de betekenis van de bijbehorende symbolen beschrijven
- de geodriehoek of gradenboog gebruiken
- de derde hoek van een driehoek berekenen als twee hoeken bekend zijn
- de overige hoeken van een gelijkbenige driehoek berekenen als één hoek bekend is
- graden toepassen in (delen van) cirkels.

1.1 Wat zijn graden?

Graden zeggen iets over de indeling van een hoek of een cirkel. Met behulp van graden kun je aangeven hoe groot een hoek is.

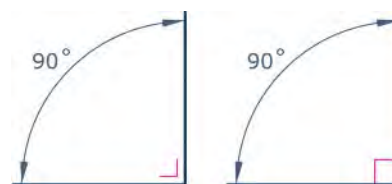
Het symbool voor graden is $^\circ$.

Het symbool voor een hoek is \sphericalangle .

Haakse hoek

Wanneer een hoek 90° is, dan noem je dat een haakse hoek.

Het symbool voor een haakse hoek is een winkelhaakje in de hoek.



Gelijke hoeken

Als hoeken even groot zijn, geef je dat aan met boogjes.

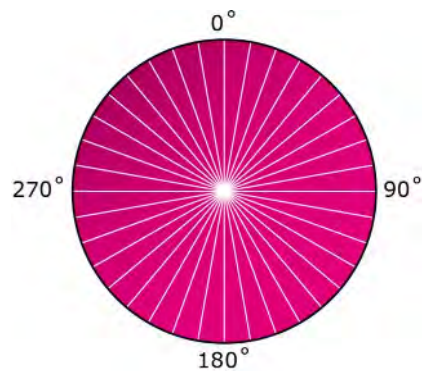
De hoeken met hetzelfde aantal boogjes zijn even groot.



Graden in een cirkel

Een cirkel kun je indelen in graden.
Bekijk de afbeelding.

- De cirkel begint bij 0° .
- Van 0° tot 90° zie je een rechte hoek. Deze hoek is 90° .
- Van 0° tot 180° zie je een rechte lijn. Deze is 180° .
- Ga je de hele cirkel rond, dan kom je uit op 360° .



Meetinstrumenten

Voor het meten van een hoek kun je de volgende meetinstrumenten gebruiken:

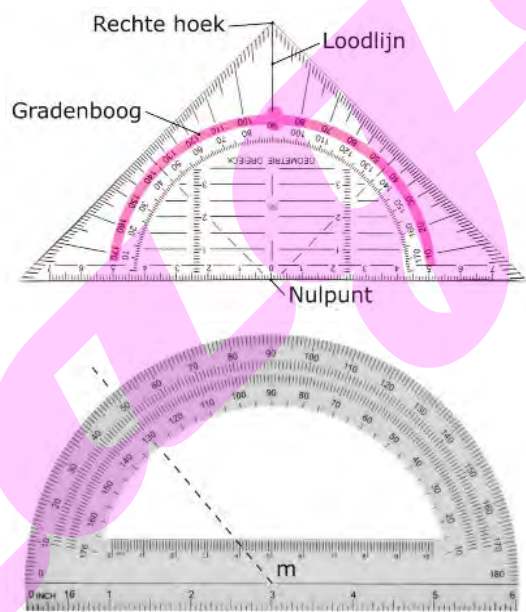
- geodriehoek
- gradenboog.

Op de gradenboog en de geodriehoek staat een verdeling van 0° tot 180° , zowel naar links als naar rechts.

Wil je de hoek links van de stippellijn weten, dan kijk je naar het punt waar de stippellijn de buitenste ring snijdt. Je kunt aflezen dat de hoek 50° is.

Wil je de hoek rechts van de stippellijn weten, dan kijk je naar het punt waar de stippellijn de binnenste ring snijdt. Deze hoek is 130° .

Beide hoeken zijn samen 180° .

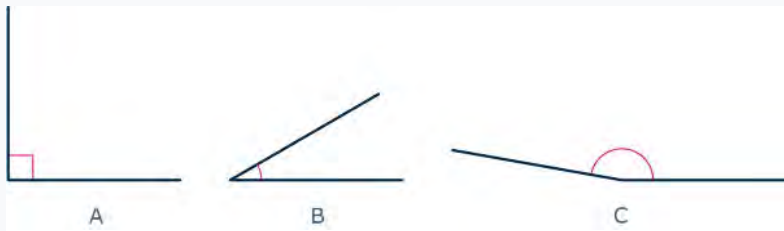


1. Geef het aantal graden aan.

Hoek	Graden
Een rechte hoek	
Een rechte lijn	
Een cirkel	



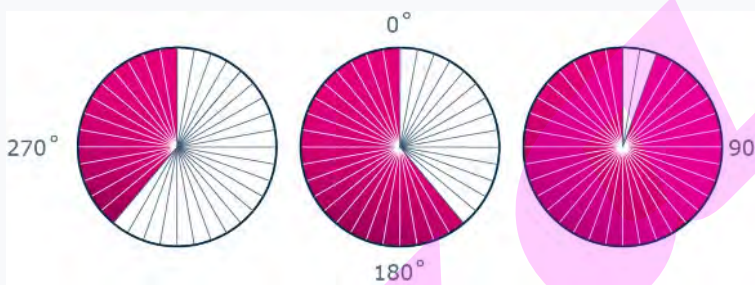
2. Meet de volgende hoeken en zet de uitkomst in de tabel.



Hoek	Graden
Hoek A	
Hoek B	
Hoek C	



3. Bekijk de cirkels.
Hoe groot zijn de hoeken van de ingekleurde delen?



Cirkel	Graden
Cirkel links	
Cirkel midden	
Cirkel rechts	

1.2 Driehoeken

De hoeken van een driehoek zijn samen altijd 180° .

Als je van twee hoeken weet hoe groot ze zijn, dan kun je de derde dus uitrekenen.

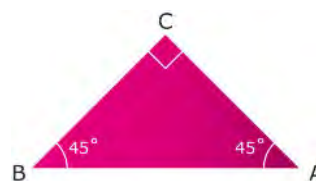
Voorbeeld

Hoe groot is hoek C?

Twee hoeken zijn bekend. De hoeken zijn samen 180° .

Je kunt de derde hoek berekenen:

$$180 - 45 - 45 = 90^\circ$$

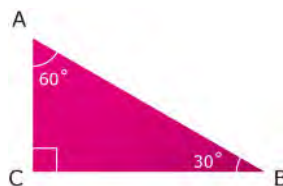


Voorbeeld

Hoe groot is hoek B?

Twee hoeken zijn bekend. De derde hoek is:

$$180 - 60 - 30 = 90^\circ$$



Gelijkbenige driehoek

Een gelijkbenige driehoek heeft twee of drie zijden die even lang zijn.

Als zijden even lang zijn, geef je dit aan met twee streepjes.



Een gelijkbenige driehoek heeft één tophoek en twee basishoeken. De basishoeken zijn bij een gelijkbenige driehoek altijd even groot.

Als je van één hoek weet hoe groot deze is, dan kun je de grootte van de andere hoeken uitrekenen.

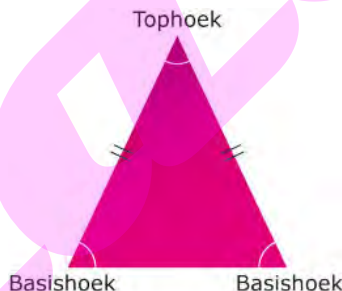
Voorbeeld

De tophoek in de afbeelding is 50° .

Hoe groot is één basishoek?

De basishoeken zijn samen ($180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$)

Eén basishoek is ($130^\circ \div 2 = 65^\circ$).



4. In de tabel staan de hoeken van een driehoek weergegeven. Hoe groot is hoek C?

Hoek A	Hoek B	Hoek C
90°	30°	
90°	10°	
80°	45°	
70°	30°	
75°	20°	



5. In de tabel staan de tophoeken van gelijkbenige driehoeken. Bereken de grootte van de basishoeken.

Tophoek	Basishoek
23°	
10°	
45°	
80°	
70°	



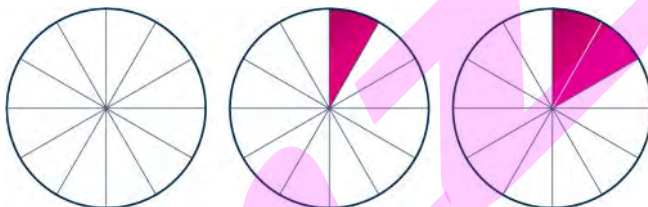
6. In de tabel staan de basishoeken van gelijkbenige driehoeken. Bereken de grootte van de tophoek.

Basishoek	Tophoek
35°	
58°	
22°	

1.3 Delen van cirkels

Als je een cirkel in gelijke delen verdeelt, kun je uitrekenen hoeveel graden de hoek van een deel is.

Bekijk de afbeelding.



De hele cirkel is 360° .

De cirkel is verdeeld in 12 gelijke stukken.

Eén deel is $360^\circ \div 12 = 30^\circ$.

Twee punten zijn $2 \times 360^\circ \div 12 = 60^\circ$.

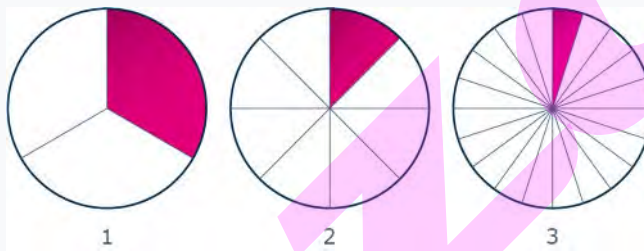


7. Hoe groot is de hoek tussen de wijzers?

Klok	Hoek
Klok 1	
Klok 2	
Klok 3	
Klok 4	



8. De cirkels zijn in gelijke stukken verdeeld.
Hoe groot is de hoek van één stuk?



Cirkel	Antwoord
Cirkel 1	
Cirkel 2	
Cirkel 3	

1.4 Samenvatting

- De hoek van een cirkel is 360° .
- De hoek van een horizontale lijn is 180° .
- Bij een driehoek zijn de hoeken samen 180° .
- Bij een gelijkbenige driehoek hoef je maar van één hoek de grootte in graden te weten om de grootte van de andere hoeken uit te kunnen rekenen.
- Als je een cirkel in gelijke delen verdeelt, kun je uitrekenen hoe groot de hoek is van één deel.

1.5 Antwoorden

Antwoord 1

Hoek	Graden
Een rechte hoek	90°
Een rechte lijn	180°
Een cirkel	360°

Antwoord 2

Hoek	Graden
Hoek A	90°
Hoek B	30°
Hoek C	170°

Antwoord 3

Cirkel	Graden
Cirkel 1	140°
Cirkel 2	220°
Cirkel 3	340°

Antwoord 4

Hoek A	Hoek B	Hoek C
90°	30°	60°
90°	10°	80°
80°	45°	55°
70°	30°	80°
75°	20°	85°

Antwoord 5

Tophoek	Basishoek
23°	78,5°
10°	85°
45°	67,5°
80°	50°
70°	55°

Antwoord 6

Basishoek	Tophoek
35°	110°
58°	64°
22°	136°

Antwoord 7

Klok	Hoek
Klok 1	210°
Klok 2	150°
Klok 3	120°
Klok 4	240°

Antwoord 8

Cirkel	Antwoord
Linker cirkel	120°
Midden cirkel	45°
Rechter cirkel	18°

BRABE

2 Pythagoras

Inleiding

Pythagoras was een Griekse wiskundige. Hij heeft een formule bedacht waarmee je de zijden van een rechthoekige driehoek kunt berekenen. Deze formule heet: de stelling van Pythagoras.

Als je de stelling van Pythagoras wilt toepassen heb je een rechthoekige driehoek nodig. Ook moet je de lengte van twee zijden weten. Met deze gegevens kun je de lengte van de derde zijde berekenen.



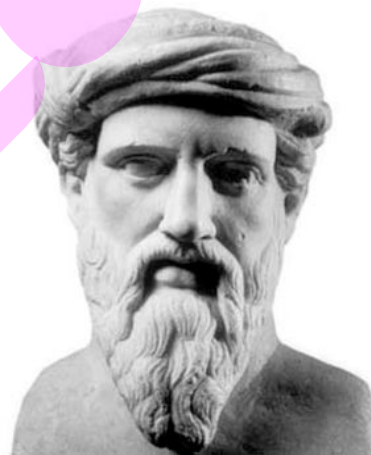
Leerdoelen

Je kunt:

- uitleggen wat je kunt uitrekenen met de stelling van Pythagoras
- de stelling van Pythagoras toepassen
- de 3:4:5 driehoek toepassen.

2.1 Wie was Pythagoras?

Pythagoras was een Griekse wiskundige. Hij heeft een formule bedacht, waarmee je de zijden van een rechthoekige driehoek kunt berekenen. Deze formule heet: de stelling van Pythagoras.



Pythagoras

2.2 De stelling van Pythagoras

De stelling van Pythagoras is een formule, waarmee je de zijden van een rechthoekige driehoek kunt berekenen.

Als je de stelling van Pythagoras wilt toepassen, moet je de lengte van twee zijden weten. Met deze gegevens kun je de lengte van de derde zijde berekenen.

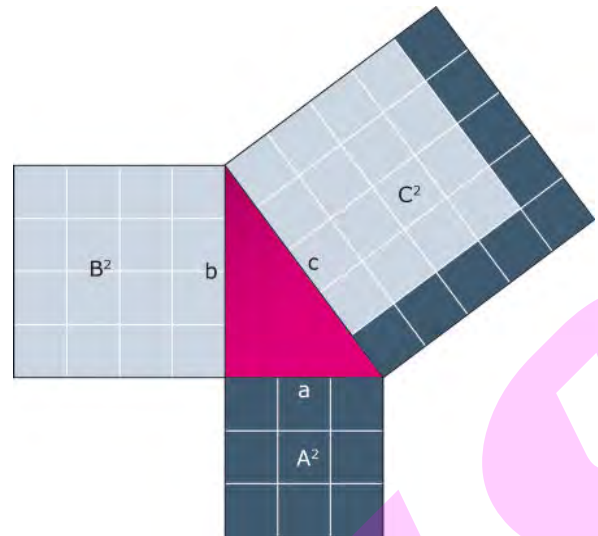
Een rechthoekige driehoek heeft:

- een korte zijde (a)
- een lange zijde (b)
- een schuine zijde (c).

De stelling van Pythagoras is:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

De lengte van zijde a in het kwadraat + de lengte van zijde b in het kwadraat = de lengte van zijde c in het kwadraat.



Voor het berekenen van de zijden gebruik je de volgende formules:

Voor het berekenen van de zijden gebruik je de volgende formules:

De schuine zijde berekenen

Bekijk de driehoek.

- Zijde a = 3 cm
- Zijde b = 4 cm

Hoe groot is zijde c?



Zijde c kun je uitrekenen met de stelling van Pythagoras. Volg de stappen:

Stap 1	$c^2 = a^2 + b^2$	Dit is de formule.
Stap 2	$c^2 = 3^2 + 4^2$	Vul de gegevens in die je weet
Stap 3	$c^2 = 25$	Reken uit: $9 + 16 = 25$
Stap 4	$c = \sqrt{25} = 5$	$c^2 = 25$. Om van c^2 naar c te gaan, moet je worteltrekken. $\sqrt{25} = 5$
Stap 5	$c = 5$	Zijde c = 5 cm

De korte zijde berekenen

Bekijk de driehoek.

- Zijde b = 8 mm
- Zijde c = 10 mm

Hoe groot is zijde a?



Zijde a kun je uitrekenen met de stelling van Pythagoras. Volg de stappen:

Stap 1	$a^2 = c^2 - b^2$	Dit is de formule.
Stap 2	$a^2 = 10^2 - 8^2$	Vul de gegevens in die je weet
Stap 3	$a^2 = 36$	Reken uit: $100 - 64 = 36$
Stap 4	$a = \sqrt{36} = 6$	a^2 is gelijk aan 36. Om van a^2 naar a te gaan, moet je worteltrekken. $\sqrt{36} = 6$
Stap 5	$a = 6$	Zijde a is dus 6 mm.

De lange zijde berekenen

Bekijk de driehoek.

- Zijde $a = 9$ mm
- Zijde $c = 20$ mm

Hoe groot is zijde b ?

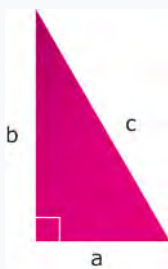


Zijde b kun je uitrekenen met de stelling van Pythagoras. Volg de stappen:

Stap 1	$b^2 = c^2 - a^2$	Dit is de formule.
Stap 2	$b^2 = 20^2 - 9^2$	Vul de gegevens in die je weet
Stap 3	$b^2 = 319$	Reken uit: $400 - 81 = 319$
Stap 4	$b = \sqrt{319} = 17,9$	b^2 is gelijk aan 319. Om van b^2 naar b te gaan, moet je worteltrekken. $\sqrt{319} = 17,9$
Stap 5	$b = 17,9$	Zijde b is dus 17,9 mm



1. Bereken de onbekende zijde van de rechthoekige driehoek.



- a. Zijde a is 9 cm lang. Zijde b is 12 cm lang.
Hoe lang is zijde c?

- b. Zijde a is 5 cm lang. Zijde b is 8 cm lang.
Hoe lang is zijde c?

- c. Zijde b is 10 cm lang. Zijde c is 12 cm lang.
Hoe lang is zijde a?

- d. Zijde b is 35 cm lang. Zijde c is 45 cm lang.
Hoe lang is zijde a?

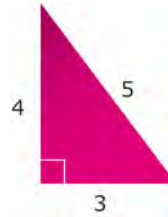
- e. Zijde a is 2 cm lang. Zijde c is 8 cm lang.
Hoe lang is zijde b?

- f. Zijde a is 20 cm lang. Zijde c is 50 cm lang.
Hoe lang is zijde b?

2.3 3:4:5 driehoek

Bij een 3:4:5 driehoek is de verhouding van zijde a, b en c altijd 3:4:5.

Dit is de makkelijkste driehoek om de stelling van Pythagoras op toe te passen. Je komt namelijk altijd uit op ronde getallen.



3:4:5 driehoek

In de bouw wordt de 3:4:5 driehoek gebruikt om haakse hoeken (90°) te vormen. Wanneer de verhouding tussen de zijden 3:4:5 is, ontstaat er altijd een rechte hoek.

Zijde a	Zijde b	Zijde c
3 cm	4 cm	5 cm
6 cm	8 cm	10 cm
90 cm	120 cm	150 cm

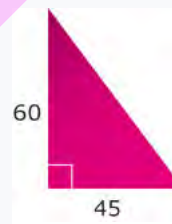


2. In de tabel staan 3:4:5 driehoeken. Vul de lengte van de ontbrekende zijden in.

Zijde a	Zijde b	Zijde c
24 cm	32 cm	. . . cm
. . . cm	. . . cm	30 cm
3,30 cm	. . . cm	5,50 cm



3. Welke lengte heeft de schuine zijde?



2.4 Samenvatting

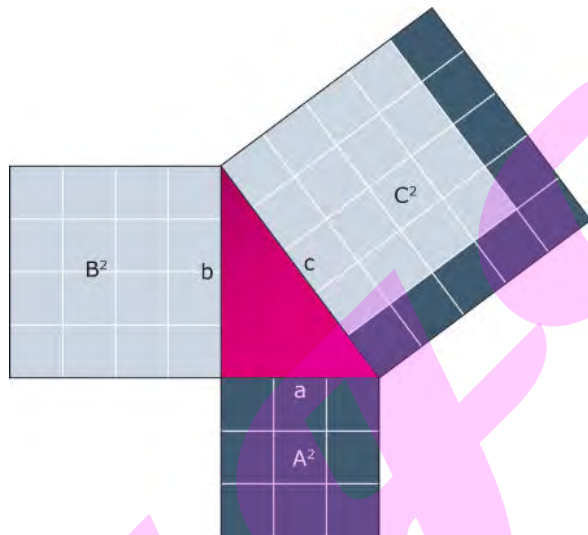
De stelling van Pythagoras is een formule, waarmee je de zijden van een rechthoekige driehoek kunt berekenen.

Een rechthoekige driehoek is een driehoek met een hoek van 90°.

De stelling van Pythagoras is:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

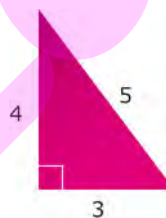
De lengte van zijde a in het kwadraat + de lengte van zijde b in het kwadraat = de lengte van zijde c in het kwadraat.



Stelling van Pythagoras	
Schuine zijde	$c^2 = a^2 + b^2$
Korte zijde	$a^2 = c^2 - b^2$
Lange zijde	$b^2 = c^2 - a^2$

Bij een 3:4:5 driehoek is de verhouding van zijde a, b en c altijd 3:4:5.

Dit is de makkelijkste driehoek om de stelling van Pythagoras op toe te passen. Je komt namelijk altijd uit op ronde getallen.



3:4:5 driehoek

2.5 Antwoorden

Antwoord 1

- a. 15 cm
- b. 9,4 cm
- c. 6,6 cm
- d. 28,3 cm
- e. 7,7 cm
- f. 45,8 cm

Antwoord 2

Zijde a	Zijde b	Zijde c
24 cm	32 cm	40 cm
18 cm	24 cm	30 cm
3,30 cm	4,40 cm	5,50 cm

Antwoord 3

75 cm